



電動車維修人才培育學程

課程講義
電動機控制

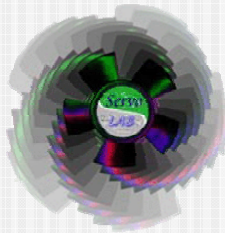
Electric Machinery Control

編撰人：莊宏祥 副教授



Power Trans.

直流有刷馬達之特性分析



高苑科技大學電機系 莊宏祥

Outline

-  有刷馬達與無刷馬達
-  永磁式直流馬達
-  它激式直流馬達
-  結論

Part I. 有刷馬達與無刷馬達

效率與成本（以48V/1Kw為例）

直流無刷馬達

- ❖ 馬達：3,000元
- ❖ 馬達控制器：7,500元
- ❖ 馬達：90%
- ❖ 馬達控制器：86%

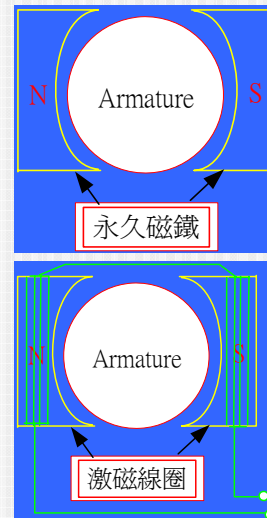
直流有刷馬達

- ❖ 馬達：3,000元
- ❖ 馬達控制器：5,000元
- ❖ 馬達：78%
- ❖ 馬達控制器：75%

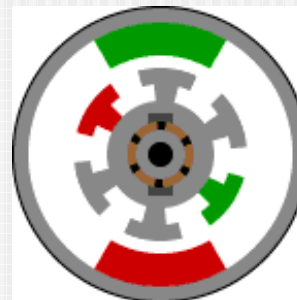
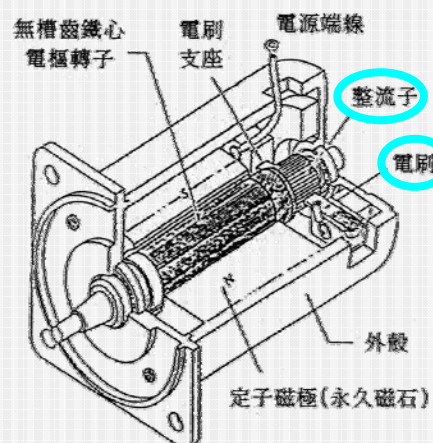
資料來源：工研院機械所

直流有刷馬達的種類

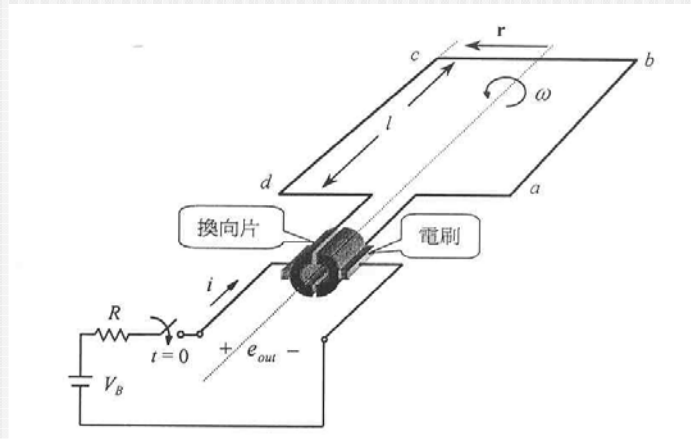
1. 永磁式直流馬達
Permanent magnet type motor
2. 它激式直流馬達
Separately-excited motor
3. 自激式直流馬達
Self-excited motor



有刷直流馬達的構造



馬達的動作原理



整流換相機構之失效模式及對策

整流換相失效因素

- 設計錯誤，尤其是整流特性無法達到要求。
- 材料選取錯誤，尤其是特殊的整流換相關鍵零組件的選用。
- 製造設備機能不足，製程品質不佳影響整流換相功能。
- 使用不當，不依時效保養維護，提早促使整流換相失敗。

整流換相機構之失效模式及對策

直流馬達整流換相機構失效對策

- 設計技術提升
- 材料知識的深入研究
- 合適機能設備水準之購置
- 使用保養知識之瞭解與實踐

Part II. 永磁式直流有刷馬達

Permanent magnet type motor

永磁式直流馬達之特性

- 轉矩—速度特性成線性。
- 靜態（加速）轉矩甚高。
- 無須額外的電能以產生磁通。
- 在相同的輸出功率下，體積較小重量較輕。
- 輸出效率很高。
- 電路上易於控制。
- 變換電源極性即能切換旋轉方向。
- 在電刷和換向器間會有火花。
- 會產生電氣和機械雜訊。
- 啟動扭力大。

馬達系統資料

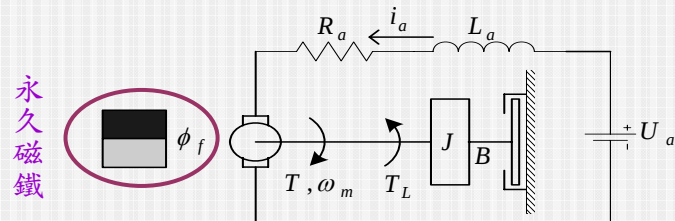
馬達規格	數值	單位
額定輸出	200	watt
額定轉速	3000	rpm
額定角加速度	4300	rad/sec ²
額定轉矩	0.637	Nt-m
轉矩常數 K_T	0.204	Nt-m/Amp
反電動勢常數 K_E	0.204	volt/rad/s
電樞電阻 R_a	2.4	ohm
電樞電感 L_a	2.568	mH
轉子慣性矩 J	1.4e-4	kg-m ²
機械時間常數	8.07	msec
電氣時間常數	1.07	msec



永磁式直流
有刷伺服馬達

特性參數取自型錄

Mathematical Model



$$T(t) - T_L(t) = J \frac{d\omega_m}{dt}$$

$$\omega_m(s) = \frac{1}{sJ} [T(s) - T_L(s)]$$

$$U_a(t) = i_a(t)R_a + K_E\omega_m + L_a \frac{di_a(t)}{dt} \xrightarrow{L.T.} i_a(s) = \frac{U_a(s) - K_E\omega_m(s)}{L_a s + R_a}$$

$$T(t) = K_T i_a(t)$$

$$T(s) = K_T i_a(s)$$

$$\omega_m(s) = \frac{1}{\frac{R_a}{K_E K_T} s + 1} \left[\frac{U_a(s)}{K_E} - \frac{L_a s + R_a}{K_E K_T} T_L(s) \right]$$

穩態運轉時 $s = 0$

永久磁鐵

$$\omega_m(0) = \frac{U_a(0)}{K_E} - \frac{R_a}{K_E K_T} T_L(0) \quad (K_E = K_T = K\phi_f)$$

$$\omega_m(0) = \frac{U_a(0)}{K\phi_f} - \frac{R_a}{(K\phi_f)^2} T_L(0)$$

靜態特性

$$\text{令 } U_a(0) = U_a$$

$$\omega_m(0) = \omega_m$$

$$T_L(0) = T_L$$

$$\omega_m = \frac{U_a}{K_E} - \frac{R_a}{K_E K_T} T_L$$

無載轉速 (no load speed)

$$T_L = 0 \quad \longrightarrow \quad \omega_{nl} = \frac{U_a}{K_E}$$

啟動轉矩 (stall torque)

$$\omega = 0 \quad \longrightarrow \quad T_s = \frac{K_T U_a}{R_a}$$

動態特性

The electrical equation

$$U_a = i_a R_a + K_E \omega_m + L_a \frac{di_a}{dt} \quad I = \frac{U_a}{R_a}$$

$$\omega_m = 0 \quad \longrightarrow \quad I = \frac{L_a}{R_a} \frac{d}{dt} i_a + i_a$$

$$i_a = I(1 - e^{-R_a t / L_a})$$

Electrical time constant $\tau_e = \frac{L_a}{R_a}$

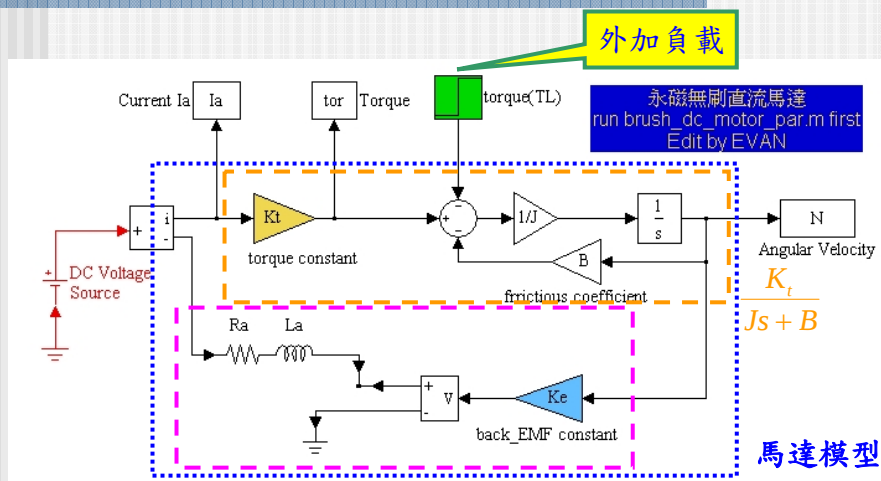
$$U_a = i_a R_a + K_E \omega_m + L_a \frac{di_a}{dt} \longrightarrow U_a = i_a R_a + K_E \omega_m$$

$$\omega_{nl} = \frac{U_a}{K_E} \quad T = K_T i_a \quad T - T_L = J \frac{d\omega_m}{dt}$$

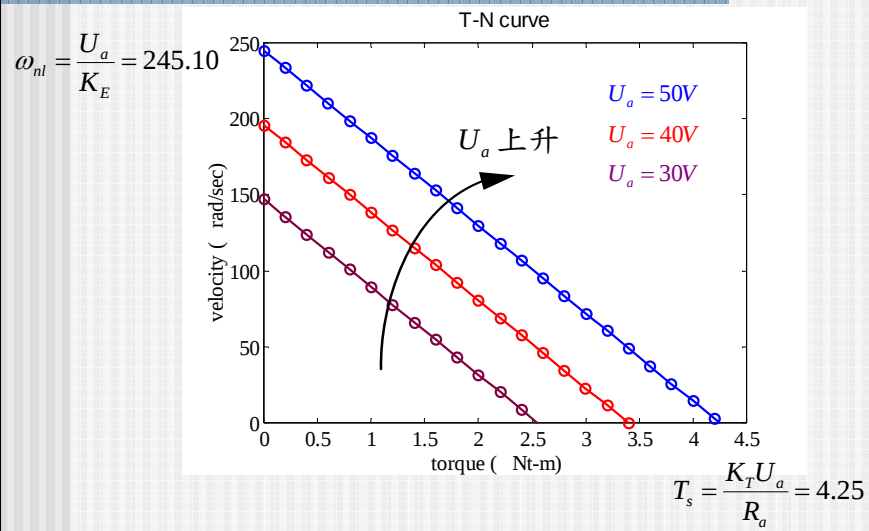
$$\longrightarrow \omega_{nl} = \frac{R_a J}{K_E K_T} \frac{d}{dt} \omega_m + \omega_m \quad \omega_m = \omega_{nl} \left(1 - e^{-t R_a J / K_E K_T} \right)$$

Mechanical time constant $\tau_m = \frac{R_a J}{K_E K_T}$

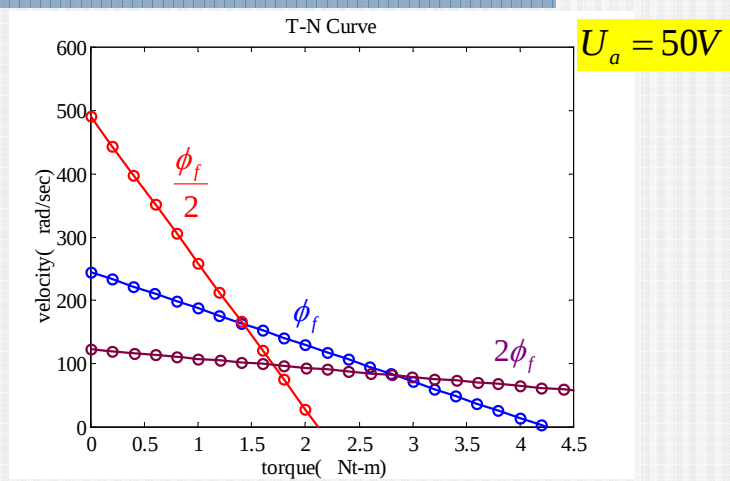
Matlab Simulink Model



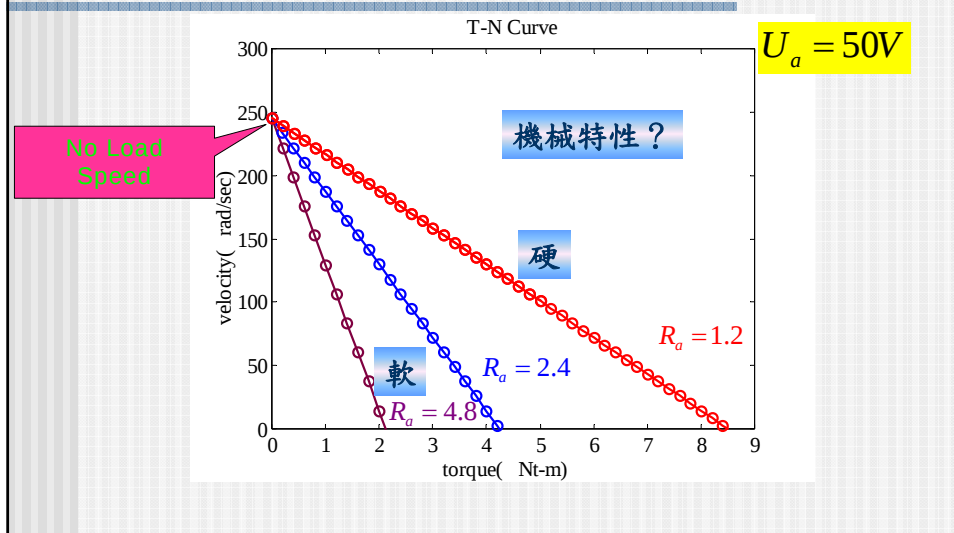
模擬結果（靜態特性）變電壓



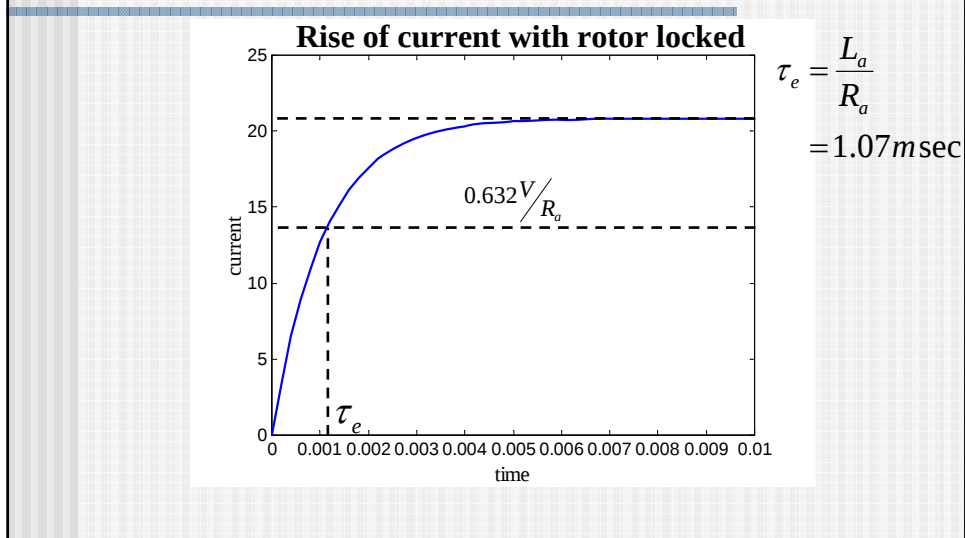
不同 ϕ_f 對於 T-N Curve 的影響



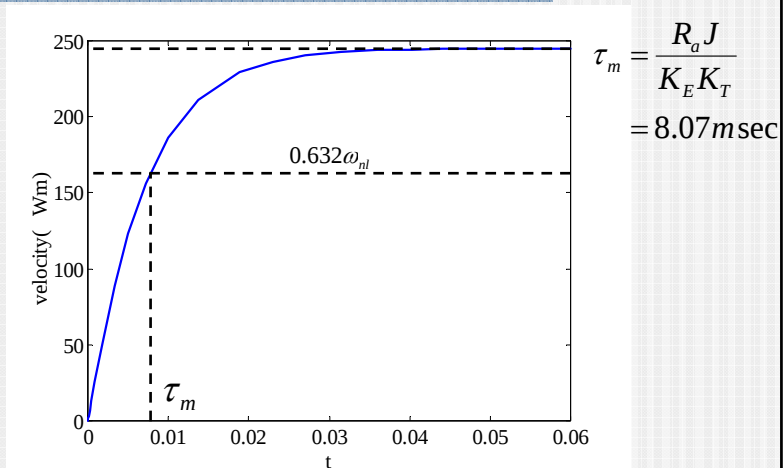
不同 R_a 對於 T-N Curve 的影響



模擬結果（動態特性）



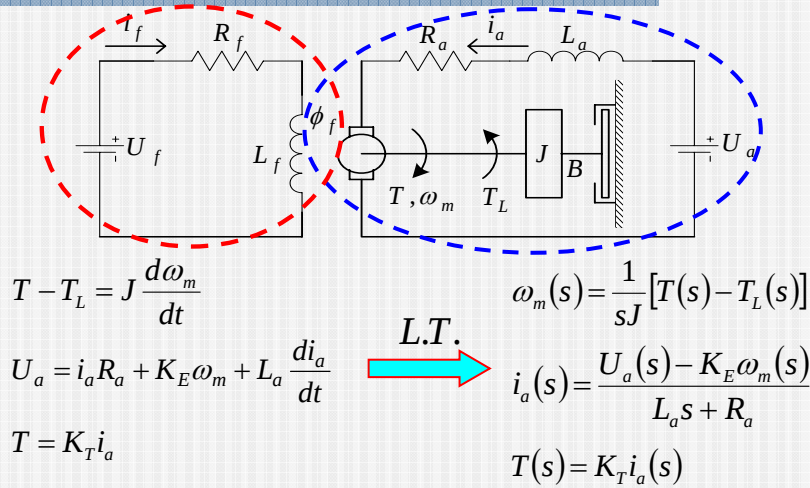
Rise of speed when $L_a = 0$



Part III. 它激式直流有刷馬達

Separately-excited motor

Mathematical Model



$$\omega_m(s) = \frac{1}{\frac{R_a}{K_E K_T} J s + 1} \left[\frac{U_a(s)}{K_E} - \frac{L_a s + R_a}{K_E K_T} T_L(s) \right]$$

$$\text{令 } U_a(0) = U_a$$

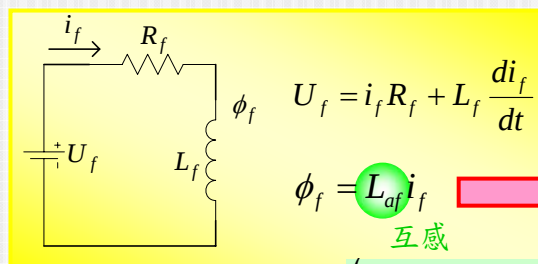
$$\omega_m(0) = \omega_m$$

$$T_L(0) = T_L$$

穩態運轉時 $s = 0$

$$\omega_m(0) = \frac{U_a(0)}{K_E} - \frac{R_a}{K_E K_T} T_L(0) \quad (K_E = K_T = K \phi_f)$$

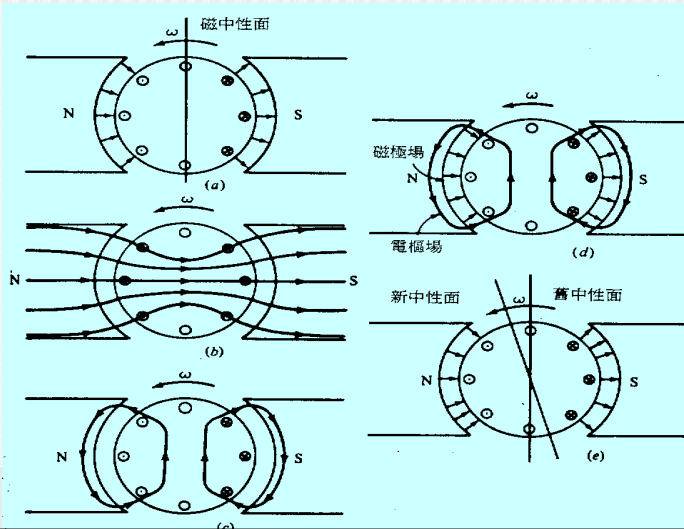
場繞組



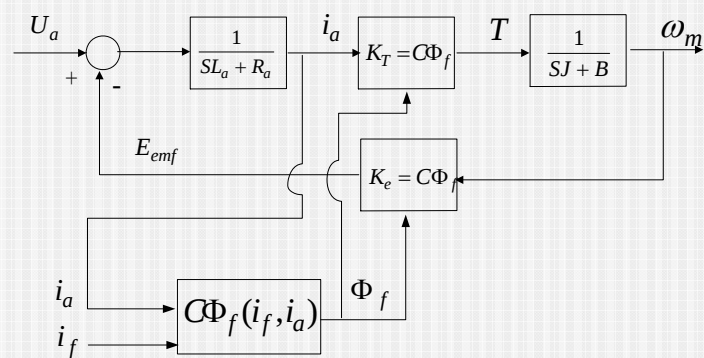
電樞電流的交互作用

$$(K_E = K_T = K \phi_f = K L_{af} i_f)$$

電樞反應 (Armature Reaction)



考慮電樞反應之它激馬達



場磁通是場電流和電樞電流的函數

考慮電樞反應之它激馬達

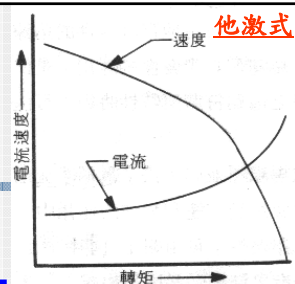
$$\Phi_f(i_f, i_a) = \frac{E_{af}(i_f - \Delta i_f) + 2E_{af}(i_f) + E_{af}(i_f + \Delta i_f)}{4\omega_0}$$

$E_{af}(i_f)$ 是場電流對反電動勢的關係函數

→ 實驗得之

$$\Delta i_f = \frac{K_w}{N_f} \frac{N_a b_{ps}}{2p2a\tau_p} \times i_a = K_A i_a$$

→ 電樞反應等效場電流



電樞反應的影響

- 中性面移動
- 磁通減弱

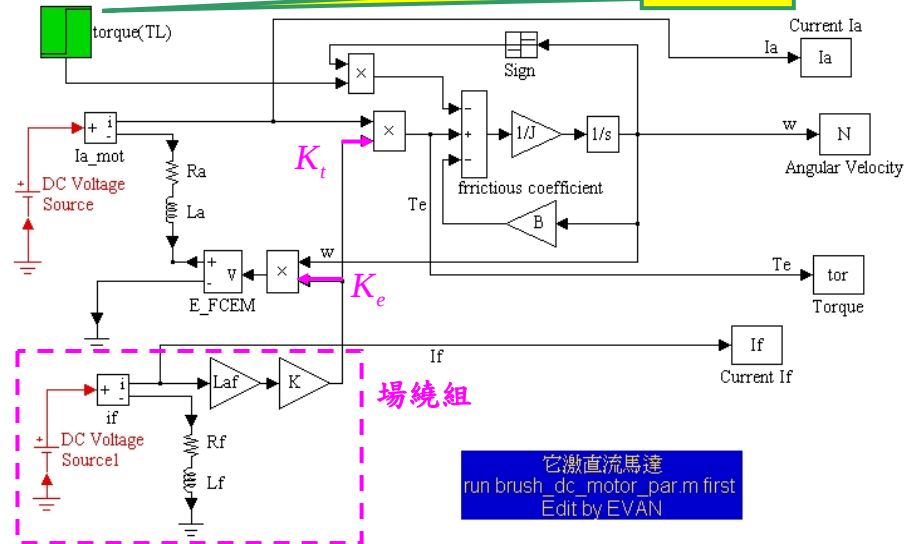


解決方法

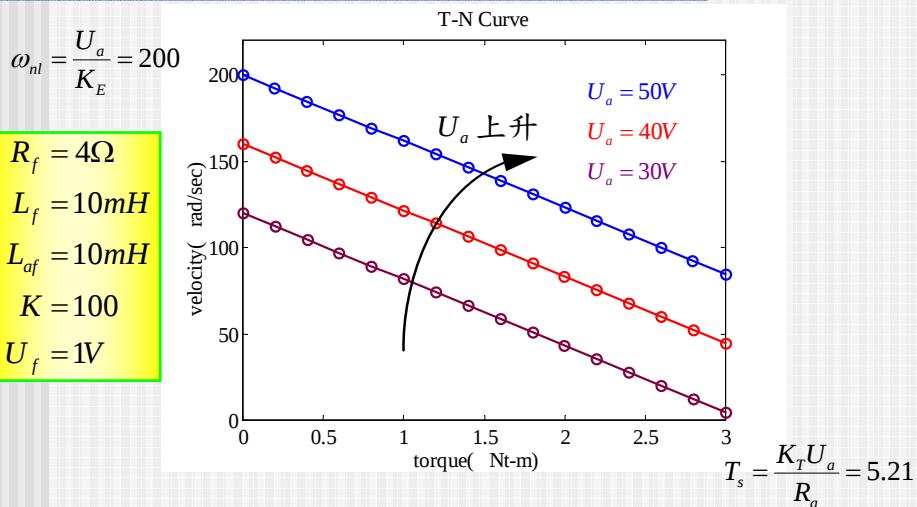
- 移動電刷
- 換向或中間極
- 補償繞組

Matlab Simulink Model

外加負載

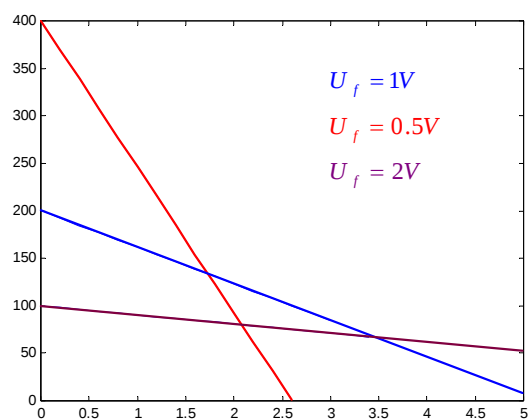


(靜態特性模擬) 變馬達電壓

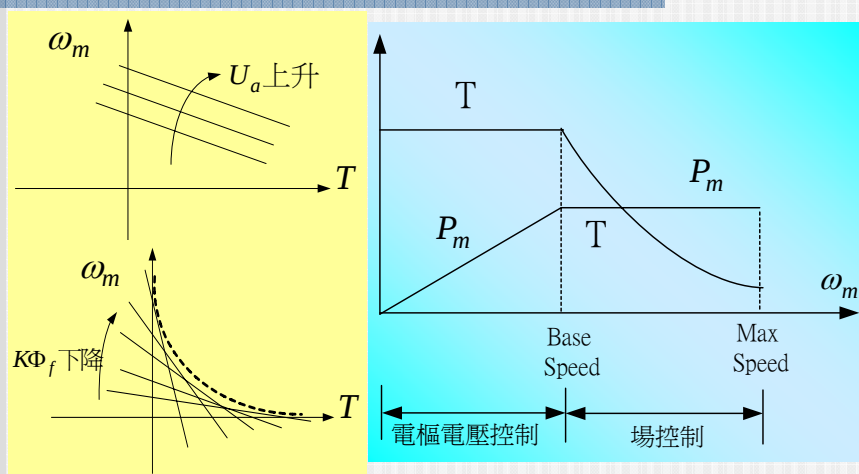


不同場繞組電壓之影響

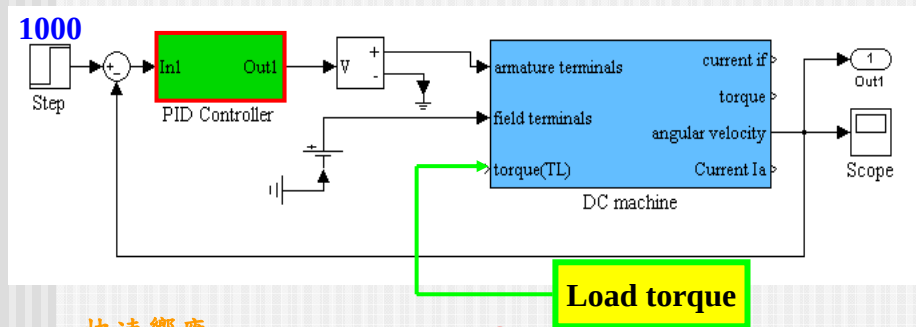
$$\begin{aligned} R_f &= 4\Omega \\ L_f &= 10mH \\ L_{af} &= 10mH \\ K &= 1 \end{aligned}$$



它激馬達的速度控制



模擬定轉速控制

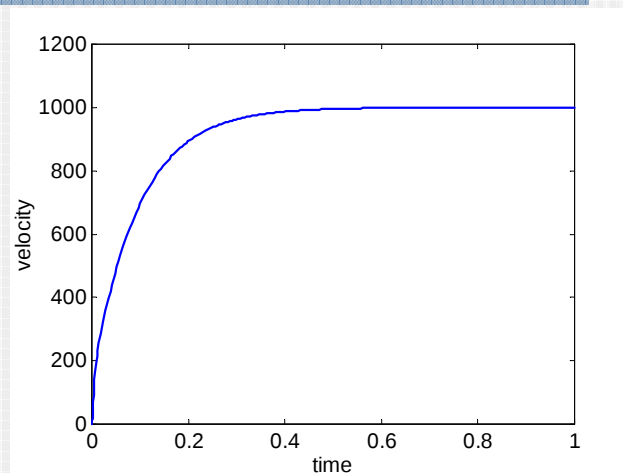


快速響應
雜訊抑制能力
Disturbance rejection

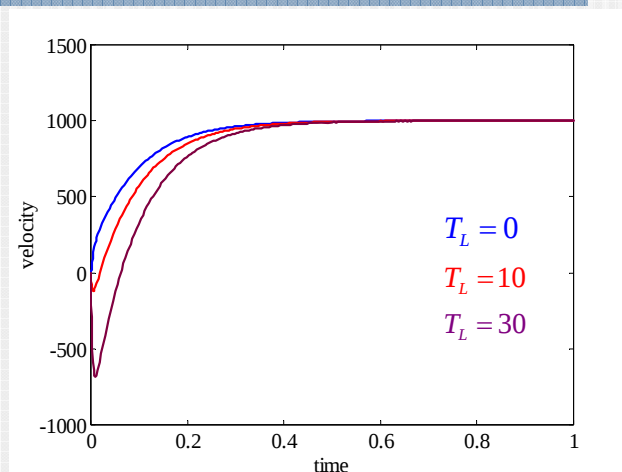
$$K_I = 3$$

$$K_P = 0.05$$

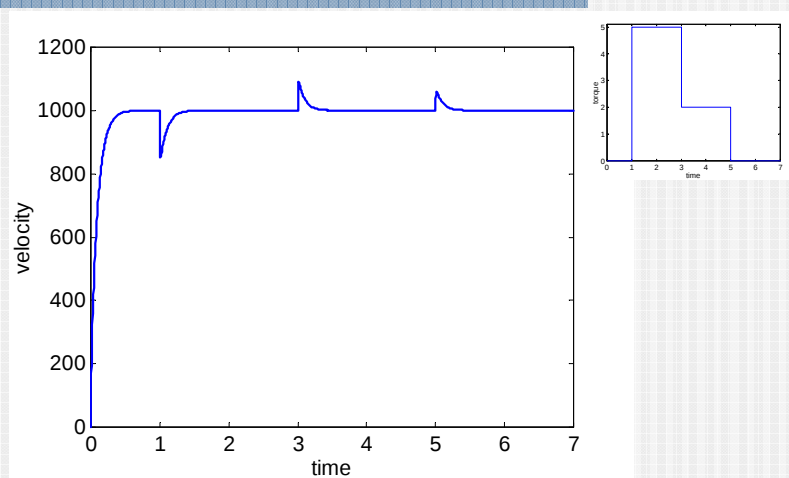
無外加轉矩的定轉速情形



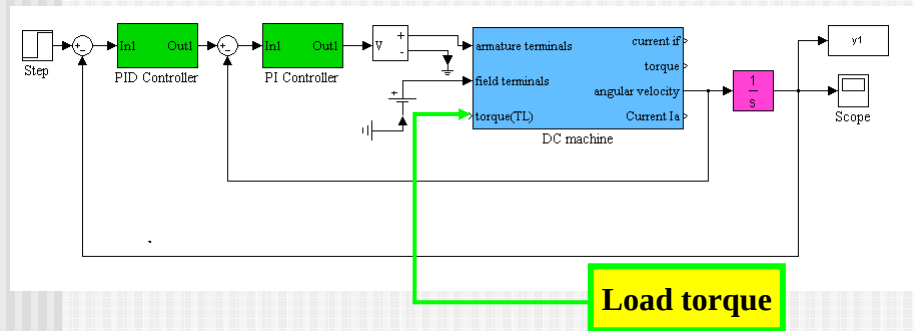
改變負載轉矩的定轉速情形



改變負載轉矩的定轉速情形



模擬定位控制

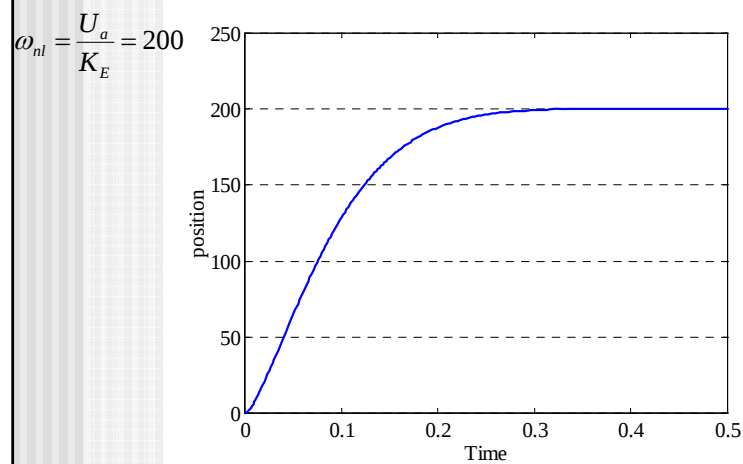


穩定性
無超越量

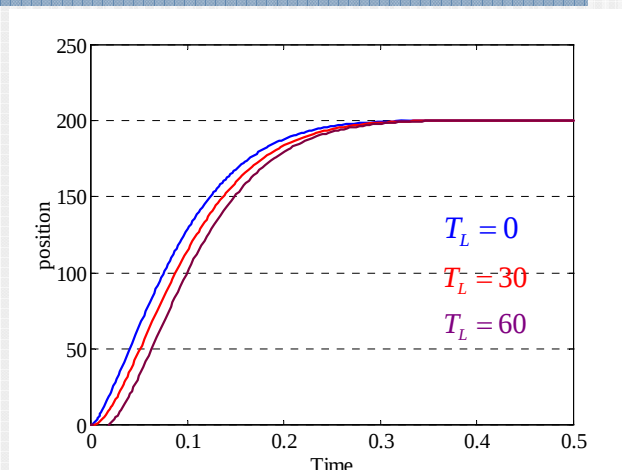
$$K_p = 40$$

$$K_D = 2.5$$

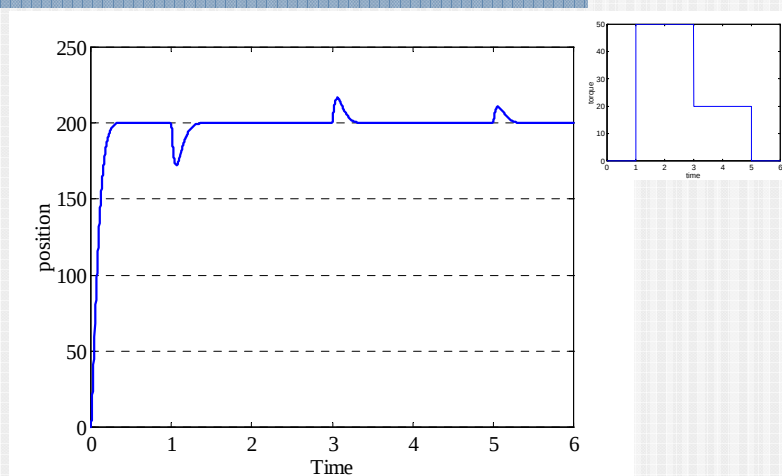
無外加轉矩的定位情形



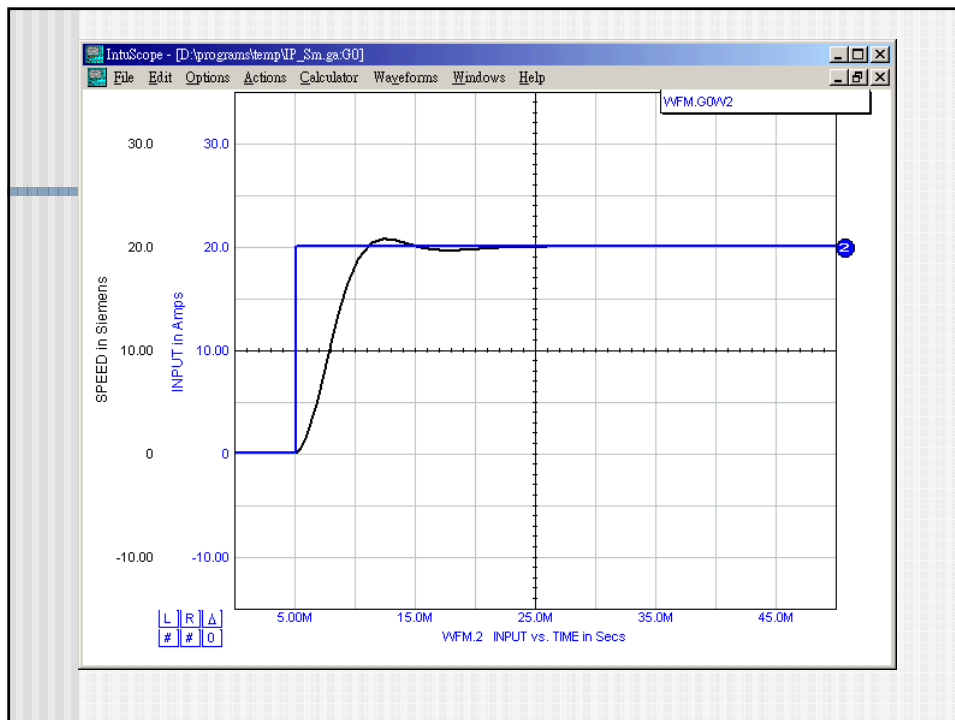
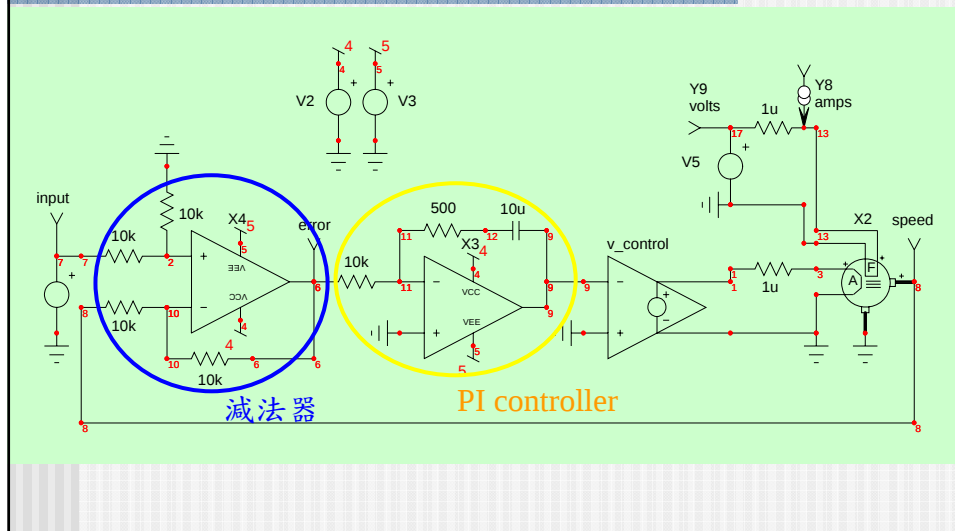
改變負載轉矩的定位情形



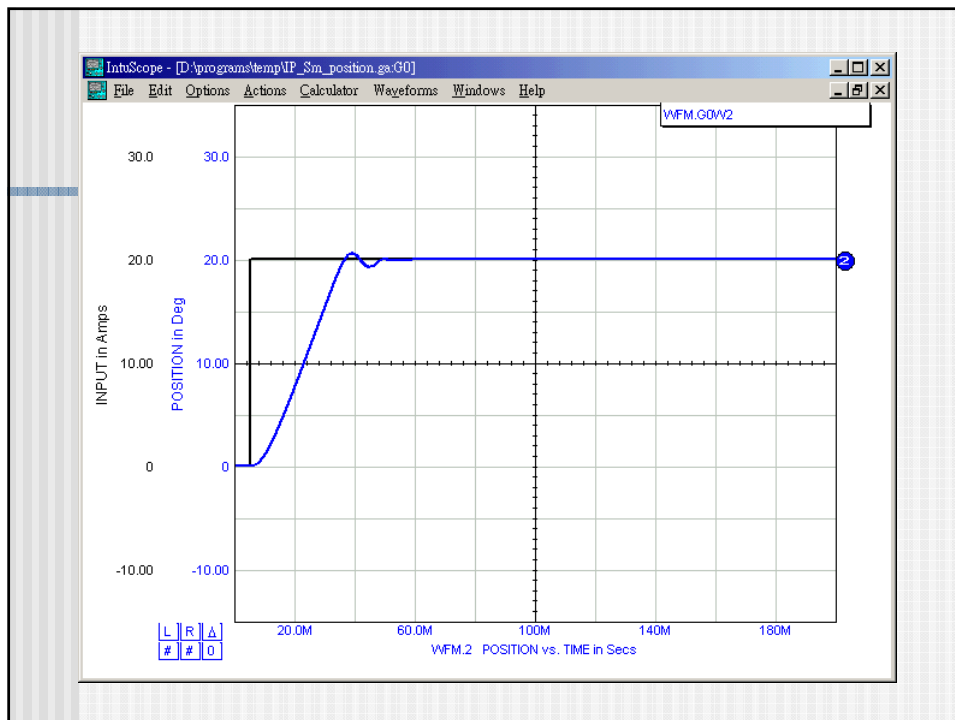
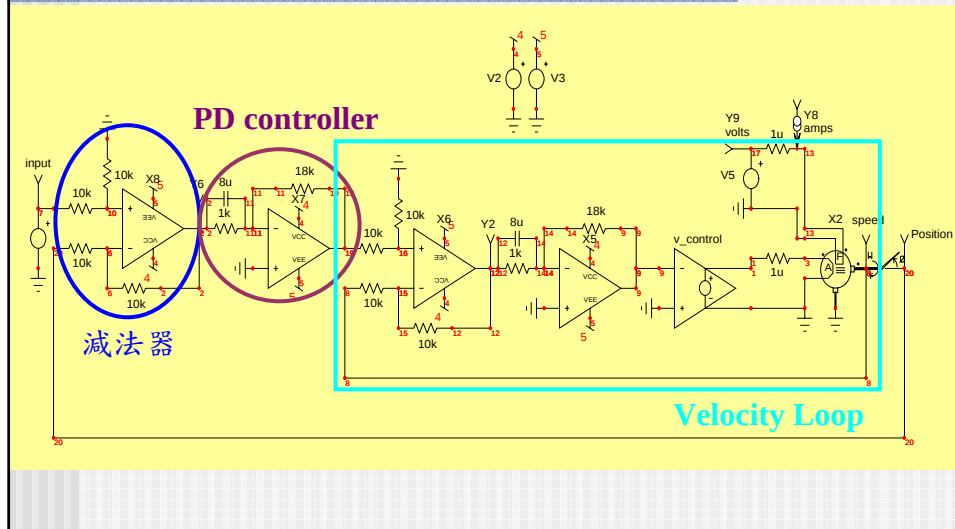
改變負載轉矩的定位情形



Speed control



Position control



結論與建議

- 永磁式馬達之控制性能優越
- 它激式馬達之兩自由度控制

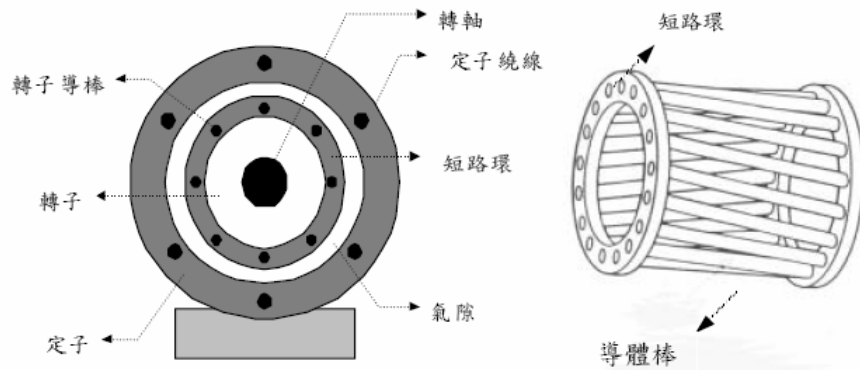
Thanks



感應電動機原理與控制

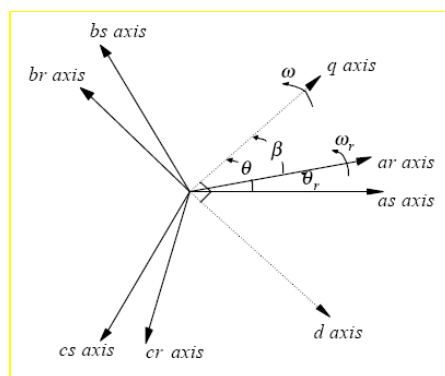
高苑科技大學電機系 莊宏祥

一般感應馬達具有構造簡單的特色，其構造分為定子與轉子兩部分，而其定子是由導線所組成的繞組與同步機相同，而感應機的轉子有兩種不同結構一種為鼠籠式 (squirrel-cage) 轉子、另一種為導線繞成的繞線式 (wound) 轉子，雖然感應機具有構造簡單的特色，但感應機的數學模型卻有非線性、時變、高階的耦合的特性，所以其控制方法較為麻煩複雜。因此在推導感應機的數學模型時，為了消除感應馬達之耦合、時變、非線性的特性以及簡化感應馬達的數學模型，而引入座標轉換 (d-q theory) 或稱二軸理論 (Two-axis theory)，來解決感應機數學模型的時變因素。本章將就感應馬達的轉動原理及數學模型加以推導。

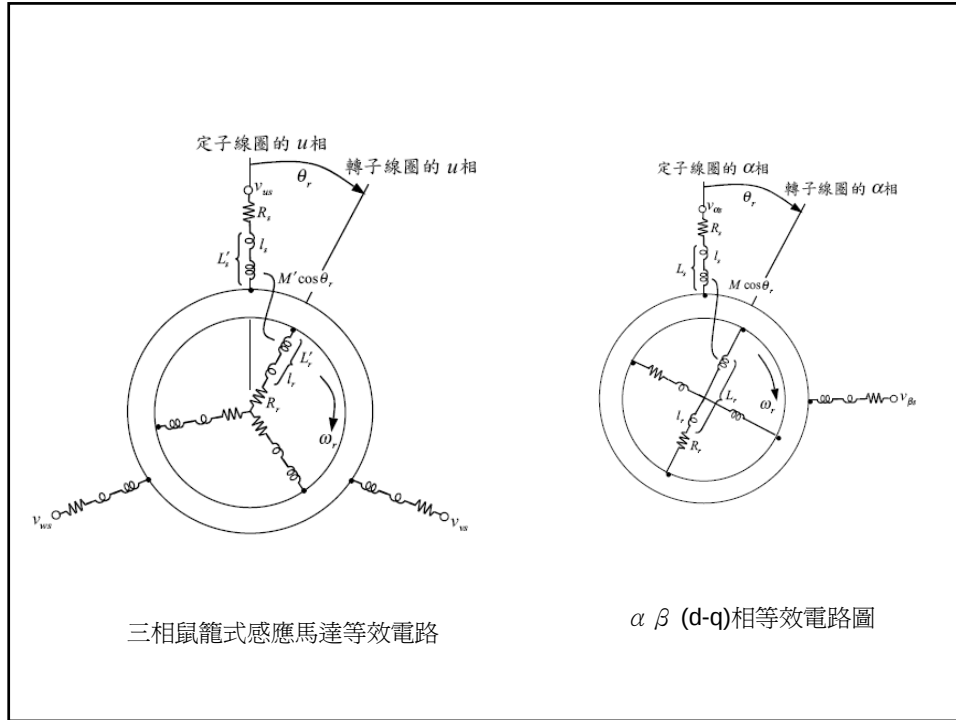


三相鼠籠式感應馬達剖面圖及鼠籠型導體

由於馬達之單相相關電壓、電流、磁通皆屬於弦式（sinusoidal）變化，所以可利用相量（phasor）的觀念將其描繪成圖，將馬達三相交流定子及轉子變數投影至以任意 ω 速度旋轉且互相垂直之二參考軸上，即直軸（direct axis）與交軸（quadrature axis），又稱轉矩軸與激磁軸，以將此時變參數除去。



定子、轉子與d - q 軸座標之關係



馬達定子與轉子變數轉換到d - q 軸座標的轉換關係如下：

$$\mathbf{f}_{qdos} = \mathbf{K}_s \mathbf{f}_{abc s}$$

$$\mathbf{f}_{qdor} = \mathbf{K}_r \mathbf{f}_{abc r}$$

其中

$$\mathbf{K}_s = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta + 2\pi/3) \\ \sin \theta & \sin(\theta - 2\pi/3) & \sin(\theta + 2\pi/3) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_r = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \beta & \cos(\beta - 2\pi/3) & \cos(\beta + 2\pi/3) \\ \sin \beta & \sin(\beta - 2\pi/3) & \sin(\beta + 2\pi/3) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{f}_{qdos} = \begin{bmatrix} f_{qs} & f_{ds} & f_{os} \end{bmatrix}^T,$$

$$\mathbf{f}_{qdor} = \begin{bmatrix} f_{qr} & f_{dr} & f_{or} \end{bmatrix}^T,$$

$$f_{os} = \frac{1}{3}(f_{as} + f_{bs} + f_{cs}) = 0$$

$$f_{or} = \frac{1}{3}(f_{ar} + f_{br} + f_{cr}) = 0$$

在控制系統研究領域內，常依不同的控制條件及不同的量測位置，而使用不同的參考座標系統，以下分別說明之。

(A) 靜止參考座標系統(Reference frame fixed in the stationary)：亦可稱為 d^s - q^s 軸法，當任意參考座標之 $\omega = 0$ 與 $\theta = 0$ 時， d_s 軸與 a_s 軸重疊，其座標轉換關係可表示為：

$$\begin{bmatrix} f_{ds}^s \\ f_{qs}^s \\ f_{os}^s \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{as} \\ f_{bs} \\ f_{cs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{as} \\ f_{bs} \\ f_{cs} \end{bmatrix}$$

如此座標系統適合應用在以定子為基準的特性運算，例如馬達動態波形之模擬及參數之量測。

(B) 轉子參考座標系統(Reference frame fixed in the rotor)：亦可稱為 d^r - q^r 軸法，其表示將 d 軸與 a_r 軸重合，因此旋轉座標軸之角速度 $\omega = \omega_r$ ，此系統採用之座標系是以轉子轉速旋轉，其軸上的分量值為其旋轉磁場轉速與轉子轉速的差值函數關係。此參考系統常用於觀測與分析電動機於暫態時轉差的變化。

(C) 同步旋轉參考座標系統(Synchronously rotating reference frame)：亦可稱為 d^e - q^e 軸法，當a-b-c軸座標系統與d-q軸座標系統皆以 ω_e 之角速率旋轉，且 d_s 軸與 a_s 軸保持固定之相角 θ_e 時，其座標轉換關係式可以示之如下：

$$\begin{bmatrix} f_{ds}^e \\ f_{qs}^e \\ f_{os}^e \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos\theta_e & \cos(\frac{2\pi}{3}-\theta_e) & \cos(\frac{4\pi}{3}-\theta_e) \\ -\sin\theta_e & \sin(\frac{2\pi}{3}-\theta_e) & \sin(\frac{4\pi}{3}-\theta_e) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{as} \\ f_{bs} \\ f_{cs} \end{bmatrix}$$

此座標系統能將電動機之變數例如電壓、電流與磁通鏈；變數轉變為直流值，且在穩態時各狀態變數均為定值。此參考座標系統適合用於交流機之特性分析與其穩定度之探討。

假設輸入定子端的三相電壓分別為 $v_{as}(t)$ 、 $v_{bs}(t)$ 、 $v_{cs}(t)$ ，則定子電路的電壓方程式為

$$v_{as}(t) = R_s i_{as}(t) + \frac{d}{dt} \lambda_{as}(t)$$

$$v_{bs}(t) = R_s i_{bs}(t) + \frac{d}{dt} \lambda_{bs}(t)$$

$$v_{cs}(t) = R_s i_{cs}(t) + \frac{d}{dt} \lambda_{cs}(t)$$

轉子側的電壓方程式，因為短路，故方程式可寫成

$$0 = R_r i_{ar}(t) + \frac{d}{dt} \lambda_{ar}(t)$$

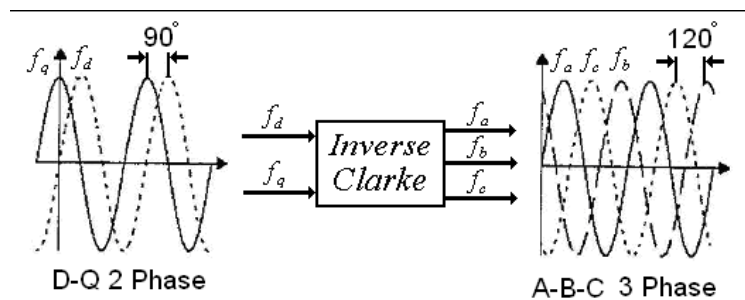
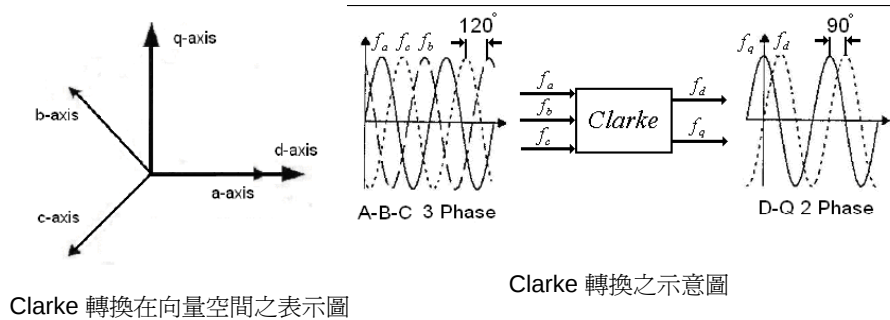
$$0 = R_r i_{br}(t) + \frac{d}{dt} \lambda_{br}(t)$$

$$0 = R_r i_{cr}(t) + \frac{d}{dt} \lambda_{cr}(t)$$

3. 座標轉換之原理

3.1 Clarke 轉換與Clarke 逆轉換

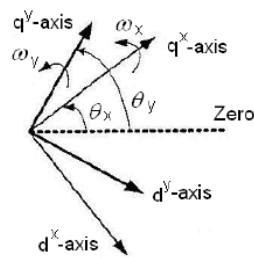
將平面空間上，各差120度之三軸座標系統成份轉化為相互垂直二軸座標系統成份的一種轉換。在電動機控制上，它是將相位角各差120度之平衡三相弦波，以虛擬且等效之兩相弦波表示之，其相位差為90度。



Clarke 逆轉換之示意圖

3.2 Park 轉換與Park 逆轉換

Park 轉換乃於1920 年由R. H. Park 所提出，其論點為在定子側與轉子側上之物理量，如電壓、電流與磁通等，皆可參考相同之座標系統而加以表示之。當轉子與定子之旋轉場速率一致時，則從轉子座標系統觀之，與從定子座標系統觀測，都可看成同樣的固定值（constant）。換言之，Park 轉換可將電動機中同樣角頻率的兩軸座標系統（d-q axis）之兩旋轉向量（rotational vectors）轉換成兩個固定值成份（constant component）。



以dqy 座標系統作為參考，則dxqx 座標系統上之物理量可以表示為

$$f_d^{x \rightarrow y} = f_d^x \cdot \cos(\theta_y - \theta_x) - f_q^x \cdot \sin(\theta_y - \theta_x)$$

$$f_q^{x \rightarrow y} = f_q^x \cdot \sin(\theta_y - \theta_x) + f_d^x \cdot \cos(\theta_y - \theta_x)$$

Park 轉換之向量空間表示圖

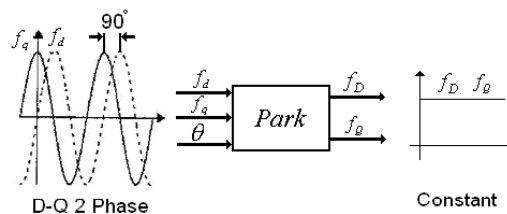
$$\text{令 } \theta_y - \theta_x = \theta$$

$$f_D = f_d \cdot \cos \theta - f_q \cdot \sin \theta$$

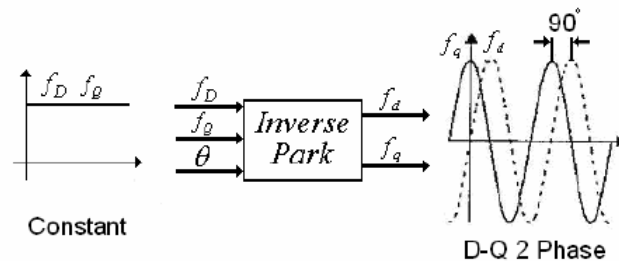
$$f_Q = f_d \cdot \sin \theta + f_q \cdot \cos \theta$$

$$\begin{bmatrix} f_D \\ f_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_d \\ f_q \end{bmatrix}$$

其中， f_d 與 f_q 為兩相正交之弦波信號值， f_D 與 f_Q 為直流值。



Park 轉換之示意圖

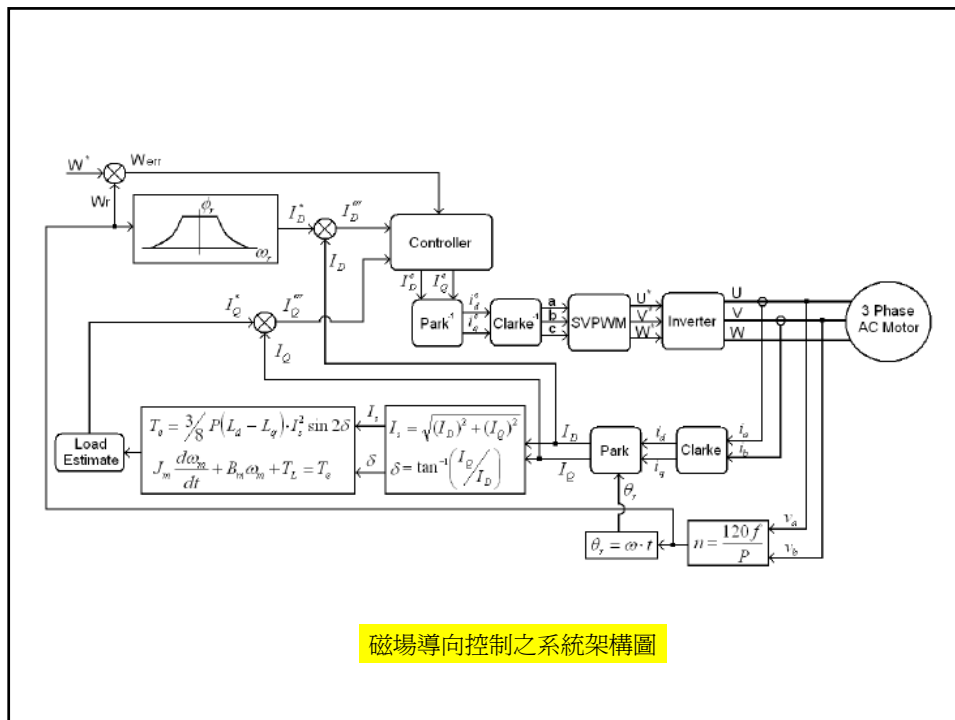


Park 逆轉換之示意圖

4. 磁場導向控制的原理

根據交流機之旋轉磁場理論，馬達定子線圈若施加平衡三相交流電，將於空間上產生一股固定大小且旋轉之磁動勢（MMF），它可被拆解成相互垂直的磁化分量（magnetizing component）與激磁分量（exciting component）。若以力學之概念描述，磁化分量就如同力臂，激磁分量就像垂直施加於力臂的作用力。

向量控制所代表的意義為：同時控制向量之振幅及相位，而磁場導向控制之目的在於追隨著轉子側參考磁通軸之空間位置（spatial orientation），並對磁通軸施加垂直的磁動勢以產生電磁轉矩。因此，FOC 必須明確地獲知轉子之精確位置。



在實際應用上，當馬達運轉在**額定轉速（rated speed）**以下時，可固定其D軸成分；若超過額定轉速時，可用弱磁控制法。控制的主軸在於Q軸分量的掌控，亦即可由實際之交軸電流值 I_Q 與命令之交軸電流值 I_Q^* 相互比較得出其誤差值 I_Q^{err} ，並配合目前的轉速誤差值（ $\omega^* - \omega_r = \omega_r^{err}$ ），由控制器調節輸出定子電流值 I_s 之振幅與相位。

~~~ **END** ~~~